

## REGRESI DAN KORELASI BERGANDA

### 1. Regresi Berganda

Regresi berganda mempunyai lebih dari satu variabel bebas, maka digunakan regresi linier ganda dengan bentuk persamaan ( digunakan dua variabel bebas sebagai contoh ) :

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

Untuk mencari persamaan regresi tersebut digunakan rumus:

1.  $\sum Y = b_0 \cdot n + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2$
2.  $\sum X_1 Y = b_0 \cdot \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2$
3.  $\sum X_2 Y = b_0 \cdot \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2$

Dari persamaan 1, 2 dan 3 maka  $b_0$  ,  $b_1$  dan  $b_2$  dapat diketahui atau dicari dengan eliminasi ( teknik penghapusan )

### 2. Korelasi Berganda

Korelasi berganda digunakan untuk mengetahui keeratan hubungan antara lebih dari satu variabel bebas terhadap variabel tak bebas. Perhitungan korelasi berganda dapat menggunakan pendekatan Anova ( Analisis of Varians ) yaitu dengan rumus korelasi berganda adalah sebagai berikut :

$$R = \sqrt{\frac{SSR}{SST}}$$

**Dimana :**

- R = Koefisien Korelasi Berganda
- SSR = Sum Square Regresi  
 $= b_0 \cdot \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y - (\sum Y)^2 / n$
- SST = Sum Square Total  
 $= \sum Y^2 - (\sum Y)^2 / n$
- SSE = SST - SSR  
= sum square eror

### 3. Koefisien Determinasi Berganda

Koefisien Determinasi Berganda yaitu untuk melihat seberapa besarnya kontribusi ( pengaruh ) dari variabel-variabel bebas terhadap variabel terikat, dimana dalam hal ini indikator yaitu  $R^2$  , untuk melihat kontribusi masing-masing variabel  $X_1$  dan  $X_2$  terhadap  $Y$  dengan rumus :

$$KD = R^2 \times 100\%$$

### 4. Pengujian Hipotesis

Untuk menguji korelasi berganda apakah dapat diberlakukan secara umum (generalisasi) yaitu data sample dapat dijadikan data populasi maka harus diuji signifikansinya. Pengujian hipotesis korelasi berganda ada 2 cara :

#### 4.1. Pendekatan Analysis Of Varian (ANOVA)

Adapun pendekatan Anova untuk pengujian hipotesis koefisien korelasi berganda dengan membuat terlebih dahulu table anova seperti di bawah ini :

**TABEL ANOVA**

| Sumber Variasi                            | Tingkat Kebebasan ( df) | Sum Square ( SS )           | Mean Square ( MS )                      | Fhitung                | Ftabel                     |
|---|-------------------------|-----------------------------|---|------------------------|----------------------------|
| Varibel Regresi<br>$X_1, X_2, \dots, X_p$ | $p = 2$                 | Sum Square Regresion ( SSR) | Mean Square Regresion (MSR)<br>$=SSR/p$ | F hitung<br>$=MSR/MSE$ | F tabel<br>$=(\alpha,p,E)$ |
| Residu/Error                              | $E = n - p - 1$         | Sum Square Error (SSE)      | Mean Square Error (MSE)<br>$=SSE/E$     |                        |                            |
| Total                                     | $p + E$                 | Sum Square Total ( SST)     |   |                        |                            |

Kemudian Fhitung dibandingkan dengan Ftabel untuk menolak atau menerima hipotesis

Kesimpulan :

Bila F hitung lebih besar F tabel maka  $H_0$  ditolak atau  $H_a$  diterima

Bila F hitung lebih kecil F tabel maka  $H_0$  diterima atau  $H_a$  ditolak

#### **4.2. Dengan Uji Signifikansi Korelasi Product Moment (Oleh Pearson)**

$$F_{hitung} = \frac{R^2 / k}{(1 - R^2) / (n - k - 1)}$$

$$F_{tabel} = (\alpha, V_1, V_2)$$

$$F_{tabel} = (\alpha, p, E)$$

Dimana :

$R^2$  = Koefisien korelasi berganda

$k$  = Jumlah variable independen (X)

$n$  = Jumlah sampel

Kesimpulan : F hitung dibandingkan dengan Ftabel untuk menolak atau menerima hipotesis

Untuk lebih jelasnya soal dibawah ini.

Ada 10 rumah tangga yang merupakan sampel acak dari suatu penelitian, antara lain ditanyakan tentang banyaknya konsumsi atas komoditi tertentu ( Unit ) dan Harga komoditi ( Rp/Unit) dan pendapatan ( Rp ) . Kita ketahui, bahwa permintaan terhadap komoditi tersebut untuk keperluan konsumsi (Y) akan dipengaruhi harga ( X1) dan Pendapatan ( X2). Hasil penelitian adalah sebagai berikut :

|       |       |     |  |
|-------|-------|-----|--|
| $X_1$ | $X_2$ | $Y$ | 1. Buatlah persamaan regresi berganda estimasinya ?                    |
| 2     | 3     | 5   | dan apa maksud dari persamaan tsb.                                     |
| 3     | 4     | 8   | 2. Berapa besar koefisien korelasi berganda dan bagaimana hubungan     |
| 5     | 6     | 8   | $X_1$ dan $X_2$ dengan $Y$   |
| 4     | 5     | 9   | 3. Berapa besar Koefisien Penentu dan apa maksud nilai KP tersebut ?   |
| 6     | 7     | 9   | 4. Ujilah apakah ada hubungan antara $X_1$ dan $X_2$ dengan $Y$ dengan |
| 2     | 6     | 13  | Tingkat keyakinan 95 %   |
| 3     | 4     | 6   |  |
| 4     | 5     | 9   |  |
| 5     | 4     | 4   |  |
| 6     | 3     | 3   |  |

Jawab :

| $X_1$     | $X_2$     | $Y$       | $X_1^2$    | $X_2^2$    | $X_1Y$     | $X_2Y$     | $Y^2$      | $X_1X_2$   |
|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 2         | 3         | 5         | 4          | 9          | 10         | 15         | 25         | 6          |
| 3         | 4         | 8         | 9          | 16         | 24         | 32         | 64         | 12         |
| 5         | 6         | 8         | 25         | 36         | 40         | 48         | 64         | 30         |
| 4         | 5         | 9         | 16         | 25         | 36         | 45         | 81         | 20         |
| 6         | 7         | 9         | 36         | 49         | 54         | 63         | 81         | 42         |
| 2         | 6         | 13        | 4          | 36         | 26         | 78         | 169        | 12         |
| 3         | 4         | 6         | 9          | 16         | 18         | 24         | 36         | 12         |
| 4         | 5         | 9         | 16         | 25         | 36         | 45         | 81         | 20         |
| 5         | 4         | 4         | 25         | 16         | 20         | 16         | 16         | 20         |
| 6         | 3         | 3         | 36         | 9          | 18         | 9          | 9          | 18         |
| <b>40</b> | <b>47</b> | <b>74</b> | <b>180</b> | <b>237</b> | <b>282</b> | <b>375</b> | <b>626</b> | <b>192</b> |

$\Sigma X_1$      $\Sigma X_2$      $\Sigma Y$      $\Sigma X_1^2$      $\Sigma X_2^2$      $\Sigma X_1Y$      $\Sigma X_2Y$      $\Sigma Y^2$      $\Sigma X_1X_2$

Langkah – langkah mencari persamaan regresi berganda

**1. Menuliskan tiga persamaan :**

|      |                 |                    |                       |                       |
|------|-----------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|
| I    | $\Sigma Y =$    | $+ nb_0$           | $+ b_1 \Sigma X_1$    | $+ b_2 \Sigma X_2$    |
| II   | $\Sigma X_1Y =$ | $+ b_0 \Sigma X_1$ | $+ b_1 \Sigma X_1^2$  | $+ b_2 \Sigma X_1X_2$ |
| III  | $\Sigma X_2Y =$ | $+ b_0 \Sigma X_2$ | $+ b_1 \Sigma X_1X_2$ | $+ b_2 \Sigma X_2^2$  |
| I.   | 74 =            | + 10 $b_0$         | + 40 $b_1$            | + 47 $b_2$            |
| II.  | 282 =           | + 40 $b_0$         | + 180 $b_1$           | + 192 $b_2$           |
| III. | 375 =           | + 47 $b_0$         | + 192 $b_1$           | + 237 $b_2$           |

**2. Mencari  $b_0$ ,  $b_1$  dan  $b_2$  dengan cara sebagai berikut :**

**2.1. Menghilangkan  $b_0$  dengan mengambil persamaan I dan II**

$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad 74 = 10 b_0 + 40 b_1 + 47 b_2 \\ \text{II.} \quad 282 = 40 b_0 + 180 b_1 + 192 b_2 \end{array}$$

**a. Bentuk persamaan I dan II dengan mengalikan dengan angka yang sesuai**

$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad 74 = 10 b_0 + 40 b_1 + 47 b_2 \quad \times 40 \\ \text{II.} \quad 282 = 40 b_0 + 180 b_1 + 192 b_2 \quad \times 10 \end{array}$$

**b. Bentuk persamaan I dan II setelah perkalian :**

$$\begin{array}{l} \text{I.} \quad 2.960 = 400 b_0 + 1.600 b_1 + 1.880 b_2 \\ \text{II.} \quad 2.820 = 400 b_0 + 1.800 b_1 + 1.920 b_2 \end{array}$$

**c. Kurangkan persamaan I dan II ( Menjadi persamaan IV )**

$$\text{IV.} \quad 140 = -200 b_1 - 40 b_2$$

**2.2. Menghilangkan  $b_0$  dengan mengambil persamaan I dan III**

**a. Bentuk persamaan I dan III dengan mengalikan dengan angka yang sesuai**

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 74 = 10 b_0 + 40 b_1 + 47 b_2 \quad \times 47 \\ \text{III} \quad 375 = 47 b_0 + 192 b_1 + 237 b_2 \quad \times 10 \end{array}$$

**b. Bentuk persamaan I dan III setelah perkalian :**

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 3.478 = 470 b_0 + 1.880 b_1 + 2.209 b_2 \\ \text{III} \quad 3.750 = 470 b_0 + 1.920 b_1 + 2.370 b_2 \end{array}$$

**c. Kurangkan persamaan I dan III ( Menjadi persamaan V )**

$$\text{V.} \quad -272 = -40 b_1 - 161 b_2$$

**3. Mencari  $b_2$  dengan mengambil persamaan IV dan V**

$$\begin{array}{l} \text{IV.} \quad 140 = -200 b_1 - 40 b_2 \\ \text{V.} \quad -272 = -40 b_1 - 161 b_2 \end{array}$$

**a. Bentuk persamaan IV dan V dengan mengalikan dengan angka yang sesuai**

$$\begin{array}{l} \text{IV.} \quad 140 = -200 b_1 - 40 b_2 \quad \times -40 \\ \text{V.} \quad -272 = -40 b_1 - 161 b_2 \quad \times -200 \end{array}$$

**b. Bentuk persamaan IV dan V setelah perkalian :**

$$\begin{array}{rcllcl} \text{IV.} & -5.600 & = & 8.000 & b_1 & +1.600 & b_2 \\ \text{V.} & 54.400 & = & 8.000 & b_1 & +32.200 & b_2 \end{array}$$

**c Kurangkan persamaan IV dan V**

$$\begin{array}{rcll} -60.000 & = & -30.600 & b_2 \\ \text{Jadi } b_2 & = & \mathbf{1,961} & \end{array}$$

**4. Mencari b<sub>1</sub> dengan mengambil persamaan V**

$$\text{V} \quad -272 = -40 b_1 - 161 b_2$$

**Bentuk Persamaan V setelah nilai b<sub>2</sub> dimasukkan kedalam rumus**

$$\begin{array}{rcllcl} \text{V} & -272 & = & -40 & b_1 & -161 & X & 1,961 \\ & -272 & = & -40 & b_1 & -316 & & \\ & 40 & b_1 = & 272 & & -316 & & \\ & 40 & b_1 = & -44 & & & & \\ \text{Jadi } b_1 & = & \mathbf{-1,092} & & & & & \end{array}$$

**5. Mencari b<sub>0</sub> dengan mengambil persamaan I dan memasukan nilai b<sub>1</sub> dan b<sub>2</sub>**

$$\begin{array}{rcllclcl} \text{I.} & 74 & = & 10 & b_0 & +40 & b_1 & +47 & b_2 \\ & 74 & = & 10 & b_0 & -43,686 & + & 92,157 \\ & -10 & b_0 = & -74 & & -43,686 & + & 92,157 \\ & -10 & b_0 = & -26 & & & & \\ \text{Jadi } b_0 & = & \mathbf{2,553} & & & & & \end{array}$$

**6. Menuliskan hasil persamaan :**

**Jadi persamaan regresi berganda**  $Y = 2,553 b_0 - 1,092 b_1 + 1,961 b_2$

$b_0 = 2,553$  artinya bila  $X_1$  dan  $X_2$  sama dengan 0 maka  $Y = 2,553$

$b_1 = -1,092$  artinya apabila kenaikan  $x_1$  sebesar 1 unit akan ( Rp/Unit) akan menyebabkan penurunan  $Y$  sebesar 1,092, dimana  $X_2$  dianggap konstan (tetap)

$b_2 = 1,961$  artinya apabila kenaikan  $x_2$  sebesar 1 unit akan ( Rp ) akan menyebabkan kenaikan  $Y$  sebesar 1,961, dimana  $X_1$  dianggap konstan (tetap)

**Mencari Koefisien Korelasi Berganda**

**1. Dengan Pendekatan Anova**

SSR = Sum Square Regresi

$$\begin{aligned} \text{SSR} &= b_0 \cdot \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y - (\sum Y)^2 / n \\ &= (2,553 * 74) + (1,092 * 282) + (1,961 * 375) - 547,6 \\ &= 188,92 - 308 + 735,3 - 547,6 \\ &= 68,622 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{SST} &= \text{Sum Square Total} \\
&= \sum Y^2 - (\sum Y)^2 / n \\
&= 626 - (74)^2 / 10 \\
&= 628 - 547,6 \\
&= 78,4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{SSE} &= \text{SST} - \text{SSR} \\
&= 78,4 - 68,622 \\
&= 9,778
\end{aligned}$$

$$R = \sqrt{\frac{\text{SSR}}{\text{SST}}}$$

$$R = \sqrt{\frac{68,622}{78,4}} = 0,936$$

R = 0,936 artinya hubungan variabel X1 dan X2 dengan Y adalah sangat kuat

### Mencari Koefisien Penentu (KP)

Koefesien Penentu =  $0,936 \times 0,936 = 0,877 = 87,7\%$  artinya pengaruh X1 dan X2 terhadap Y sebesar 87,7% sedangkan sisanya 12,3% dipengaruhi faktor lain. (kebutuhan, kualitas produk, pelayanan)

### Pengujian Hipotesis Korelasi Berganda

#### 1. Pendekatan Analysis Of Varian (ANOVA)

TABEL ANOVA

| Sumber Variasi                                    | Tingkat Kebebasan ( df )             | Sum Square ( SS )                   | Mean Square ( MS )                                      | Fhitung                                   | Ftabel                                  |
|---|--------------------------------------|-------------------------------------|---|---|---|
| Varibel Regresi X <sub>1</sub> dan X <sub>2</sub> | p = 2                                | Sum Square Regresion (SSR) = 68,622 | Mean Square Regresion (MSR) = SSR/p = 68,622/2 = 34,411 | Fhitung = MSR/MSE = 34,311/1,397 = 24,561 | Ftabel = (α,p,E) = (0,05; 2 ; 7) = 4,74 |
| Residu/ Error                                     | E = n - p - 1<br>E = 10-2-1<br>E = 7 | Sum Square Error SSE = 9,778        | Mean Square Error (MSE) = SSE/E = 9,778/7 = 1,397       |   |   |
| Total   | T = p + E<br>T = 2 + 7 = 9           | Sum Square Total SST = 78,4         |   |   |   |

### Pengujian Hipotesis

Ho : Tidak ada hubungan  $X_1$  dan  $X_2$  dengan Y

Ha : Ada hubungan  $X_1$  dan  $X_2$  dengan Y

Kesimpulan : Karena F hitung lebih besar Ftabel atau  $24,33 > 4,74$  maka Ho ditolak atau Ha diterima. Jadi ada hubungan  $X_1$  dan  $X_2$  dengan Y

### 2. Dengan Pendekatan Uji signifikansi Korelasi Product Moment (Oleh Pearson)

$$F_{hitung} = \frac{R^2 / k}{(1 - R^2) / (n - k - 1)}$$

$$F_{hitung} = \frac{0,936^2 / 2}{(1 - 0,936^2) / (10 - 2 - 1)}$$

$$F_{hitung} = \frac{0,876 / 2}{(1 - 0,876) / 7}$$

$$F_{hitung} = \frac{0,438}{0,018}$$

$$F_{hitung} = 24,33$$

$$F_{tabel} = (α, V_1, V_2)$$

$$F_{tabel} = (α, p, E)$$

$$F_{tabel} = (0,05 ; 2 ; 10-2-1)$$

$$F_{tabel} = (0,05 ; 2 ; 7)$$

$$F_{tabel} = 4,74$$

Kesimpulan : Karena F hitung lebih besar F tabel atau  $24,33 > 4,74$  maka Ho ditolak atau Ha diterima. Jadi ada hubungan  $X_1$  dan  $X_2$  dengan Y

## PERHITUNGAN REGRESI DAN KORELASI BERGANDA DENGAN SPSS

### Regression

**Variables Entered/Removed<sup>b</sup>**

| Model | Variables Entered                           | Variables Removed | Method |
|-------|---|-------------------|--------|
| 1     | X2 = Pendapatan,<br>X1 = Harga <sup>a</sup> |                   | Enter  |

- a. All requested variables entered.
- b. Dependent Variable: Y = Konsumsi

**Model Summary**

| Model | R                 | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1     | .936 <sup>a</sup> | .875     | .840              | 1.182                      |

- a. Predictors: (Constant), X2 = Pendapatan, X1 = Harga

**ANOVA<sup>b</sup>**

| Model |            | Sum of Squares | df | Mean Square | F      | Sig.              |
|-------|------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| 1     | Regression | 68.624         | 2  | 34.312      | 24.567 | .001 <sup>a</sup> |
|       | Residual   | 9.776          | 7  | 1.397       |        |                   |
|       | Total      | 78.400         | 9  |             |        |                   |

- a. Predictors: (Constant), X2 = Pendapatan, X1 = Harga
- b. Dependent Variable: Y = Konsumsi

**Coefficients<sup>a</sup>**

| Model |                 | Unstandardized Coefficients |            | Standardized Coefficients | t      | Sig. |
|-------|-----------------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|------|
|       |                 | B                           | Std. Error | Beta                      |        |      |
| 1     | (Constant)      | 2.553                       | 1.626      |                           | 1.570  | .160 |
|       | X1 = Harga      | -1.092                      | .271       | -.552                     | -4.029 | .005 |
|       | X2 = Pendapatan | 1.961                       | .302       | .889                      | 6.490  | .000 |

- a. Dependent Variable: Y = Konsumsi